

Cyfrowe zadania

Zapis $\overline{abc\dots}$ oznacza zapis dziesiętny liczby, której kolejnymi cyframi są: a, b, c, \dots

1. Wyznaczyć wszystkie cyfry A , dla których liczba $\overline{10A}$ jest liczbą pierwszą.
2. Wyznaczyć wszystkie cyfry C , dla których liczba $\overline{1234C}$ jest podzielna przez 6.
3. Wyznaczyć wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne, które są trzy razy większe od sumy swoich cyfr.
4. Wyznaczyć wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne, które są cztery razy większe od sumy swoich cyfr.
5. Wykazać, że iloczyn cyfr liczby trzycyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.
6. Znaleźć takie cyfry A i B , dla których zachodzi równość $\overline{BAA} - \overline{AAB} = \overline{BB}$.
7. Ile jest liczb pięciocyfrowych postaci $\overline{a567b}$ podzielnych przez 36?
8. Wyznaczyć wszystkie liczby postaci $\overline{aa2021bb}$, które są podzielne przez 36.
9. Wyznaczyć wszystkie liczby dwucyfrowe \overline{AB} , dla których $\sqrt{\overline{AB}} = A + B$.
10. Wyznaczyć wszystkie liczby trzycyfrowe \overline{ABC} , dla których $\sqrt[3]{\overline{ABC}} = A + B + C$.
11. Wyznaczyć wszystkie liczby trzycyfrowe \overline{abc} , o cyfrach różnych od zera, dla których spełniona jest równość
$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{cba} = 888.$$
12. Cyfry a, b, c, d są różne od zera. Wykazać, że jeśli liczba
$$A = \overline{abcd} + \overline{bcda}$$
jest podzielna przez 101, to również liczba
$$B = \overline{cdab} + \overline{dabc}$$
jest podzielna przez 101.
13. Wyznaczyć wszystkie czterocyfrowe liczby naturalne \overline{abcd} spełniające równanie
$$\overline{abcd} = 20 \cdot \overline{ab} + 21 \cdot \overline{cd}.$$
14. Czy niezależnie od cyfr a i b przez 11 dzieli się liczba:
a) $\overline{abababab}$, b) $\overline{aabbaabb}$, c) $\overline{aababbab}$, d) $\overline{aaababbb}$?



15. Rozstrzygnąć, czy istnieją takie cyfry A , B i C , dla których sześciocyfrowa liczba:

a) \overline{ABCABC} ,

b) \overline{AAABBB}

c) \overline{ABABAB}

jest kwadratem liczby całkowitej.

16. Udowodnić, że liczba naturalna i suma jej cyfr dają tę samą resztę przy dzieleniu przez 9.

17. Liczba A ma 2021 cyfr i jest podzielna przez 9. Liczba B jest sumą cyfr liczby A . Liczba C jest sumą cyfr liczby B . Jaka może być suma cyfr liczby C ?

18. Znaleźć wszystkie czterocyfrowe liczby naturalne, których dwie pierwsze cyfry są jednakowe, dwie ostatnie cyfry są jednakowe oraz liczby te są kwadratami liczb całkowitych.

19. W zbiorze dwucyfrowych liczb naturalnych znaleźć takie, których stosunek do sumy ich cyfr jest możliwie najmniejszy.

20. Marek wybrał swoją ulubioną jedenastocyfrową liczbę naturalną, pomnożył ją przez 3 i dodał do niej jeszcze 2021. Otrzymał w ten sposób liczbę A . Liczba B jest sumą cyfr liczby A , a jednocyfrowa liczba C jest sumą cyfr liczby B . Jakie wartości może przyjąć C ?

