XV Olimpiada Matematyczna Juniorów 2019/2020

Olimpiada Matematyczna Juniorów
www.omj.edu.pl

Terminarz XV Olimpiady Matematycznej Juniorów 2019/2020

zawody stopnia pierwszego
od 1 września 2019 r.
do 14 października 2019 r.

część testowa w szkołach
26 września 2019 r.
godz. 9.00

zawody stopnia drugiego
11 stycznia 2020 r.

zawody stopnia trzeciego
21-22 marca 2020 r.

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna
Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesłać listem poleconym do właściwego Komitetu Okręgowego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **14 października 2019 r.** (decyduje data stempla pocztowego)

2. Część testowa
W dniu **26 września 2019 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej. Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

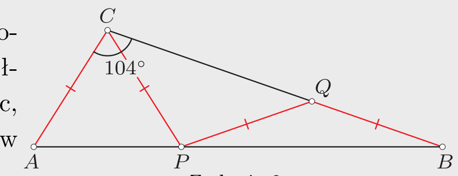
Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!
Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

1. Do pewnej dodatniej liczby całkowitej n dopisano na końcu pewną cyfrę, uzyskując w ten sposób liczbę 13 razy większą od liczby n. Wyznacz wszystkie liczby n o tej własności.

2. Na bokach AB i BC trójkąta ABC leżą odpowiednio takie punkty P i Q (różne od wierzchołków trójkąta), że $AC=CP=PQ=QB$. Wiedząc, że $\sphericalangle ACB=104^\circ$, wyznacz miary pozostałych kątów trójkąta ABC.

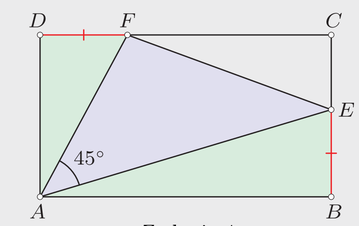


Zadanie 2.

3. Wyznacz wszystkie trójki (x,y,z) liczb rzeczywistych różnych od 0, dla których

$$xy(x+y)=yz(y+z)=zx(z+x).$$

4. Dany jest prostokąt $ABCD$. Punkty E i F leżą odpowiednio na bokach BC i CD, przy czym $\sphericalangle EAF=45^\circ$ oraz $BE=DF$. Wykaż, że pole trójkąta AEF jest równe sumie pól trójkątów ABE i ADF.



Zadanie 4.

5. W turnieju wzięło udział 8 zawodników. Każda para zawodników rozegrała dokładnie jeden mecz, który zakończył się zwycięstwem jednego z nich lub remisem. Zwycięzca meczu otrzymywał 2 punkty, jego przeciwnik 0 punktów, a w przypadku remisu obaj zawodnicy uzyskiwali po 1 punkcie. Po rozegraniu wszystkich meczów okazało się, że każdy zawodnik miał tę samą liczbę punktów. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba meczów, które zakończyły się remisem? Odpowiedź uzasadnij.

6. Dane są liczby naturalne a, b, c, które w zapisie dziesiętnym są zapisane takimi samymi cyframi (tzn. każda cyfra liczby a występuje w jej zapisie dziesiętnym tyle samo razy co w zapisie każdej z liczb b i c). Czy jest możliwe, aby $a+b+c=10^{1001}$? Odpowiedź uzasadnij.

7. Dany jest graniastosłup prosty, którego podstawą jest romb o boku długości a i kącie ostrym 60°. Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną, przecinając jego krawędzie boczne i uzyskując w przekroju kwadrat. Wyznacz wszystkie możliwe wartości, jakie może przyjąć długość boku tego kwadratu.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMJ

Zostając finalistą OMJ, możesz kontynuować naukę w dowolnej szkole średniej. Zostaniesz do niej przyjęty z pominięciem standardowej procedury rekrutacyjnej.

Próbując swoich sił w OMJ, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej (OM) w szkole średniej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.

Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej.
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku.

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Fundacja