XVII Olimpiada Matematyczna Juniorów 2021/2022

Matematyczna Olimpiada Juniorów
www.omj.edu.pl

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna
Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesłać listem poleconym do właściwego Komitetu Okręgowego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **11 października 2021 r.** (decyduje data stempla pocztowego)

2. Część testowa
W dniu **23 września 2021 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej. Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: **www.omj.edu.pl**

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!
Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Terminarz XVII Olimpiady Matematycznej Juniorów 2021/2022

zawody stopnia pierwszego od 1 września 2021 r. do 11 października 2021 r.

część testowa w szkołach 23 września 2021 r. godz. 9.00

zawody stopnia drugiego 15 stycznia 2022 r.

zawody stopnia trzeciego 19 marca 2022 r.

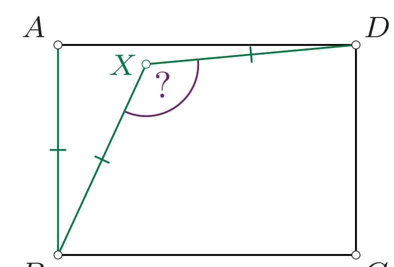
Uroczyste zakończenie OMJ 20 marca 2022 r.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMJ

Zostając finalistą OMJ, możesz kontynuować naukę w dowolnej szkole średniej. Zostaniesz do niej przyjęty z pominięciem standardowej procedury rekrutacyjnej.
Próbując swoich sił w OMJ, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej w szkole średniej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.
Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki.

1. W klasie Marka jest 17 uczniów i wszyscy napisali test. Marek uzyskał wynik o 17 punktów wyższy od średniej arytmetycznej wyników pozostałych uczniów. O ile punktów wynik Marka jest wyższy od średniej arytmetycznej wyników całej klasy? Odpowiedź uzasadnij.

2. W prostokącie $ABCD$ stosunek długości boków $BC:AB$ jest równy $\sqrt{2}$. Wewnątrz tego prostokąta zaznaczono taki punkt X, że $AB=BX=XD$. Wyznacz miarę kąta BXD.

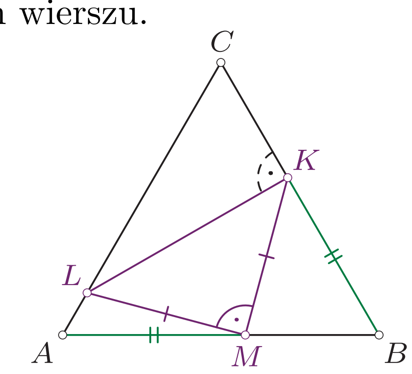


Zadanie 2.

3. Niech $n \geqslant 1$ będzie liczbą całkowitą. Wykaż, że istnieje taka liczba całkowita, która jest większa od $\sqrt{2n}$ i mniejsza od $\sqrt{5n}$.

4. W każde pole poniższej tabeli należy wpisać inną liczbę całkowitą spośród liczb od 1 do 17 w taki sposób, aby sumy liczb we wszystkich ośmiu kolumnach były równe, a suma liczb w górnym wierszu była dwa razy większa od sumy liczb w dolnym wierszu.

Której z liczb od 1 do 17 można nie wpisać do tabeli? Podaj wszystkie takie liczby. Odpowiedź uzasadnij.

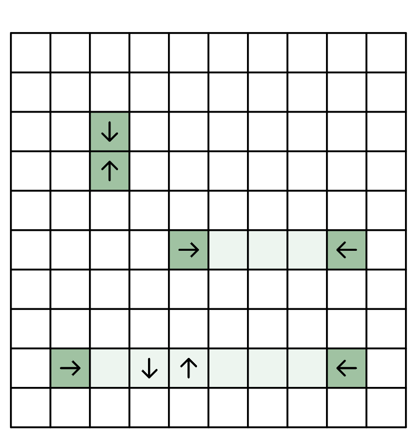


Zadanie 5.

5. Punkty K, L, M leżą odpowiednio na bokach BC, CA, AB trójkąta równobocznego ABC i spełniają warunki

$$KM=LM, \quad \sphericalangle KML=90^\circ \quad \text{oraz} \quad AM=BK.$$

Udowodnij, że $\sphericalangle CKL=90^\circ$.


Zadanie 6.

6. W każdym polu tablicy 10×10 znajduje się strzałka skierowana w górę, w dół, w lewo lub w prawo. Wykaż, że można tak usunąć z tablicy 50 strzałek, aby żadne dwie z pozostałych nie wskazywały na siebie nawzajem.

Uwaga: Strzałki wskazują na siebie nawzajem także wtedy, gdy ich pola nie sąsiadują lub gdy pomiędzy nimi są inne strzałki.

7. Wybrano n (niekoniecznie różnych) cyfr, z których żadna nie jest równa 0 ani 7. Okazało się, że każda liczba n-cyfrowa zapisana wszystkimi wybranymi cyframi jest podzielna przez 7. Udowodnij, że liczba n jest podzielna przez 6.

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej

Ministerstwo Edukacji i Nauki