

Więcej o cechach

Zdalne seminarium OMJ dla nauczycieli matematyki
Arkadiusz Męcel
15-16.05.2020 r., platforma Zoom

Zadanie 1. Podaj najmniejszą liczbę 10-cyfrową zapisaną różnymi cyframi, która dzieli się przez 36.

Zadanie 2. Ile jest takich 100-cyfrowych liczb, których iloczyn cyfr jest równy 6, i które są parzyste?

Zadanie 3. Dane są liczby naturalne 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10. Czy z tych liczb można ułożyć kwadrat magiczny?

Zadanie 4. Czy cyfry 1, 2, 3, 4, 5, 6 można ustawić w takiej kolejności, aby otrzymać 6-cyfrową liczbę pierwszą?

Zadanie 5. Czy cyfry 1, 2, 3, 4, 5, 6 można ustawić w takiej kolejności, aby otrzymać 6-cyfrową liczbę podzielną przez 11?

Zadanie 6. Każda spośród pewnych sześciu różnych cyfr jest niezerowa. Czy można te cyfry zapisać w takiej kolejności, aby otrzymać 6-cyfrową liczbę podzielną przez 4?

Zadanie 7. Z cyfr 1, 2, ..., 8 utworzono dwie liczby 4-cyfrowe, wykorzystując każdą cyfrę dokładnie raz. Wykaż, że suma uzyskanych liczb jest podzielna przez 9.

Zadanie 8. Dane są liczby naturalne a, b, c spełniające warunek $a \cdot b \cdot c = 71286$. Uzasadnij, że co najmniej jedna z sum $a + b$, $b + c$ nie jest podzielna przez 3.

Zadanie 9. Uzasadnij, że liczba $943^{87} - 243^{87}$ jest podzielna przez 4.

Zadanie 10. Udowodnij, że liczba $\underbrace{55\dots5}_{40}\underbrace{11\dots1}_{40}$ nie jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 11. Czy liczba $\underbrace{677\dots71}_{2019}$ jest podzielna przez 2013? A liczba $\underbrace{677\dots71}_{2021}$?

Zadanie 12. Po wymazaniu cyfry jedności pewnej liczby n , a następnie dodaniu do uzyskanej w ten sposób liczby 33-krotności cyfry jedności liczby n uzyskano liczbę 9400. Wykaż, że liczba n jest podzielna przez 47.

Zadanie 13. Po wymazaniu cyfry jedności pewnej liczby n , a następnie odjęciu od uzyskanej w ten sposób liczby 14-krotności cyfry jedności liczby n uzyskano wielokrotność liczby 47. Wykaż, że liczba n jest podzielna przez 47.

Zadanie 14. Zapis dziesiętny liczby n składa się z bloków cyfr postaci 001, 002, ..., 999 ustawionych obok siebie w pewnej kolejności (używamy wszystkich 999 bloków). Udowodnij, że liczba n jest podzielna przez 37.

Zadanie 15. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p , dla których liczba $p^2 + 2$ jest pierwsza.

Zadanie 16. Dane są liczby naturalne a, b, c , które w zapisie dziesiętnym są zapisane takimi samymi cyframi (tzw. każda cyfra liczby a występuje w jej zapisie dziesiętnym tyle samo razy, co w zapisie każdej z liczb b i c). Czy jest możliwe, aby $a + b + c = 10^{1001}$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 17. Dla każdej liczby naturalnej możemy przeprowadzić następującą operację: bierzemy sumę wszystkich jej cyfr, następnie sumę wszystkich cyfr tak powstałej liczby itd., dopóki nie otrzymamy liczby jednocyfrowej. Przeprowadźmy tę operację na wszystkich liczbach naturalnych od 1 do 1000. Jakich cyfr otrzymamy więcej – jedynek czy dwójek?

Zadanie 18. Pokaż, że wśród dowolnych 39 kolejnych liczb naturalnych musi istnieć taka, której suma cyfr dzieli się przez 11.

Źródła:

1. Joanna Bednarczuk, Jerzy Bednarczuk: *Matematyczne gwiazdki*, Wydawnictwo Aksjomat 2019.
2. Wojciech Guzicki: *Rozszerzony program matematyki w gimnazjum*, ORE 2013.
3. Daniar Musztari, Przygotowanie do olimpiad matematycznych, OWP „Adam” 1998.
4. Zadania z OMG, OMJ i gazetki *Kwadrat* #23, dostępne na www.omj.edu.pl.