

Równoległoboki i trapezy

Waldemar Pompe

1. Wykaż, że w trapezie prostokątnym różnica kwadratów długości przekątnych jest równa różnicy kwadratów długości jego podstaw.
2. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym bok AD jest prostopadły do obu podstaw. Punkt M jest środkiem boku BC . Wykaż, że $AM = DM$.
3. Przekątne pewnego trapezu są prostopadłe i mają długości 3 oraz 4. Oblicz sumę długości podstaw tego trapezu.
4. Przekątne pewnego trapezu mają długości 15 oraz 20, a wysokość trapezu równa się 12. Oblicz pole trapezu.
5. Prosta łącząca środki ramion pewnego trapezu rozcina go na dwa czworokąty o polach 4 i 6. Oblicz pola figur, na jakie rozcina ten trapez jego przekątna.
6. Skonstruuuj trapez, znając długości wszystkich jego boków.
7. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD . Przekątna AC jest dwusieczną kąta BAD i jest prostopadła do prostej BC . Wykaż, że $AB = 2CD$.
8. Punkt P leży wewnątrz trapezu $ABCD$ o podstawach AB i CD , który nie jest równoległobokiem. Wiadomo, że suma pól trójkątów ABP i CDP jest równa połowie pola trapezu $ABCD$. Wykaż, że odległości punktu P od prostych AB i CD są równe.
9. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD . Punkty M i N są odpowiednio środkami odcinków AB i CD . Wykazać, że jeśli $AB - CD = 2MN$, to proste BC i DA są prostopadłe.
10. Dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta ABC przecinają się w punkcie I . Punkty P i Q są rzutami prostokątnymi punktu C odpowiednio na proste AI i BI . Znając długości boków trójkąta ABC , oblicz długość odcinka PQ .
11. W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne AC i BD są równej długości. Punkty M i N są odpowiednio środkami boków AD i BC . Wykaż, że prosta MN tworzy równe kąty z przekątnymi AC i BD .
12. Dany jest pięciokąt foremny $ABCDE$. Punkt P jest rzutem prostokątnym punktu C na prostą AB . Punkt M jest środkiem odcinka AD . Wykaż, że proste PM i BE są równoległe.
13. Dany jest wielokąt wypukły o obwodzie 4. Wykaż, że wielokąt ten można przykryć kołem o promieniu 1.